

## STATUS REPORT

### SALVATORE STELLA

#### ATTIVITÀ DI RICERCA

Il progetto di ricerca che ho presentato per partecipare al bando INdAM per la borsa di cui ho usufruito era incentrato sull'interazione fra algebre cluster e gruppi di Kac-Moody. L'idea alla base era di estendere il lavoro [5] di S. Yang e A. Zelevinsky dal caso finito al caso affine. In particolare il progetto prevedeva, dato un gruppo di Kac-Moody affine  $G$ , di

- costruire un isomorfismo fra l'anello delle coordinate di una specifica cella doppia di Bruhat di  $G$  e un'algebra cluster  $\mathcal{A}$  ad esso collegata,
- descrivere tutte le variabili cluster di  $\mathcal{A}$  in termini di minori generalizzati,
- fornire una lista esplicita di relazioni di scambio sufficiente a produrre ricorsivamente tutte le variabili cluster di  $\mathcal{A}$ .

I lavori principali in questa direzione, su cui l'idea era basata, sono [1] e [4].

Nel corso del primo anno di borsa, in collaborazione con D. Rupel e H. Williams, siamo riusciti a stabilire alcune delle proprietà sopra elencate per gruppi di Kac-Moody qualsiasi, senza la restrizione del tipo affine. In particolare, come spieghiamo in [3], l'anello delle coordinate di ogni cella doppia di Bruhat di  $G$  associata ad un elemento di Coxeter  $c$  è sempre una algebra cluster dello stesso tipo di  $G$  e con orientazione data da  $c$ .

Tuttavia la generalità in cui affrontiamo il problema in [3] non ci consente di avere un controllo fine sul comportamento delle variabili cluster. Pertanto riusciamo solamente a descrivere due famiglie notevoli di queste in termini di minori generalizzati.

Il problema può essere aggirato, restringendosi al caso affine di nostro interesse, facendo ricorso ai ventagli doppi di Cambria introdotti da N. Reading e D. Speyer in [2]. In effetti, la loro costruzione fornisce un'induzione doppia alquanto tecnica ma che risulta essere sufficiente per coprire tutte le variabili cluster non considerate in [3]. La stesura di un preprint che illustra questi risultati è in avanzato stato di completamento e contiamo di pubblicarla presto su arXiv.

Parallelamente a questo che è stato il mio progetto di ricerca principale degli ultimi mesi, ho lavorato ad altri problemi. Con C. Hohlweg e V. Pilaud ho costruito una famiglia di associahedri generalizzati estendendo al caso ciclico le precedenti costruzioni. Con N. Reading ho costruito un modello combinatorio per le algebre cluster acicliche di tipo affine utilizzando il linguaggio dei sistemi di radici.

#### PUBBLICAZIONI

Nel lasso temporale intercorso fra il precedente rendiconto e la fine della mia borsa ho pubblicato su arXiv i seguenti preprint:

- (in collaborazione con N. Reading) “An affine almost positive roots model”, arXiv:1707.00340
- (in collaborazione con C. Hohlweg e V. Pilaud) “Polytopal realizations of finite type  $\mathfrak{g}$ -vector fans”, arXiv:1703.09551

Nello stesso periodo i seguenti lavori sono stati accettati per la pubblicazione su riviste specializzate:

- (in collaborazione con N. Reading) “Initial-seed recursions and dualities for  $\mathfrak{d}$ -vectors”, Pacific Journal of Mathematics arXiv:1409.4723
- (in collaborazione con L. Demonet, P. Plamondon, D. Rupel, P. Tumarkin) “ $SL_2$ -tilings do not exist in higher dimensions (mostly)”, Séminaire Lotharingien de Combinatoire, arXiv:1604.02491
- (in collaborazione con M. Cheung, M. Gross, G. Muller, G. Musiker, D. Rupel, H. Williams) “The greedy basis equals the theta basis”, Journal of Combinatorial Theory, Series A, Volume 145, January 2017, Pages 150–171; arXiv:1508.01404; <http://dx.doi.org/10.1016/j.jcta.2016.08.004>

## ATTIVITÀ ORGANIZZATIVA

Ne mese di Ottobre si è tenuto a Roma, presso la sede della Notre Dame University, il workshop “Lie Theory and Cluster Algebras” che ho organizzato in collaborazione con G. Cerulli Irelli, D. Rupel e M. Gekhtman.

## REFERENCES

- [1] A. Berenstein and S. Fomin and A. Zelevinsky, Cluster algebras III: Upper bounds and double Bruhat cells, *Duke Math. J.* **126** (2005), no. 1, pp. 1–52.
- [2] N. Reading and D. E Speyer, *Cambrian frameworks for cluster algebras of affine type*, arXiv math.CO/1504.00260 (2015).
- [3] D. Rupel, S. Stella, and H. Williams, *On Generalized Minors and Quiver Representations*, arXiv math.RT/1606.03440 (2016).
- [4] H. Williams, Cluster ensembles and Kac-Moody groups, *Adv. Math.*, 247, (2013), pp. 1–40.
- [5] S. Yang and A. Zelevinsky, Cluster algebras of finite type via Coxeter elements and principal minors, *Transform. Groups*, **13** (2008), no. 3-4, pp. 855-895.