

Relazione Progetti di ricerca - GNCS 2015

Responsabile: Gianluigi Rozza
Professore Associato in Analisi Numerica
SISSA, Scuola Internazionale Superiore di Studi Avanzati, Trieste,
Area Matematica, mathLab,
tel. 040-3787451,
`gianluigi.rozza@sissa.it`

Titolo del progetto:

“Tecniche di riduzione computazionale per problemi di fluidodinamica e interazione fluido-struttura”

Numero dei partecipanti: 12, tra cui 5 strutturati in 4 sedi: Brescia, Pavia, Torino Politecnico, Trieste SISSA

Finanziamento concesso: Euro 7000.00

1 Linee di ricerca generali

Il progetto ha consolidato lo sviluppo di tecniche di riduzione della complessità computazionale per problemi retti da modelli matematici parametrizzati, mediante equazioni alle derivate parziali (EDP). I parametri sono di natura sia fisica (proprietà dei materiali, coefficienti adimensionali come numeri di Reynolds, Prandtl, condizioni al bordo, forzanti, etc.), che geometrica (caratterizzanti cioè la forma del dominio).

Questa linea di ricerca si è inserita nel filone dell’analisi numerica e del calcolo scientifico, con particolare interesse alla meccanica computazionale, considerando differenti scenari fisici/geometrici di interesse, e migliorando l’efficienza delle operazioni di calcolo. L’impiego e l’ulteriore sviluppo di opportuni modelli di ordine ridotto (reduced-order modelling) ha risposto a questa esigenza.

Il progetto ha puntato allo sviluppo di metodi di riduzione della complessità computazionale per numerosi problemi stazionari (lineari e non lineari) in ambito fluidodinamico (equazioni di Navier-Stokes), ma anche strutturale (Von Karman), anche in vista di applicazioni in scenari diversificati e complessi. Un’opportuna integrazione dei metodi a basi ridotte con tecniche di discretizzazione (“high order”) efficienti e di qualità, quali

metodi a elementi spettrali (SEM) e di tipo adattivo (*hp*) per la simulazione fluidodinamica di fenomeni complessi (es. biforcazioni), e di tipo immersed boundary (IBM) per l'interazione fluido-struttura (FSI), ma anche volumi finiti (FV) – per fornire alcuni esempi possibili di combinazioni – sono state sviluppate o sono in corso di esplorazione e sviluppo.

Il progetto ha cercato in prima istanza di coniugare lo sviluppo dei metodi di riduzione computazionale per problemi complessi in ambito fluidodinamico e nell'interazione fluido-struttura, di interesse in molte applicazioni, grazie all'expertise combinata e diversificata dei partecipanti: Reduced Order Modelling (SISSA, PoliTo), metodi a elementi spettrali (PoliTo), Immersed Boundary Method (UniPv, UniBs, SISSA), fluidodinamica computazionale e interazione fluido-struttura (SISSA, PoliTo, UniPv, UniBs).

2 Descrizione sintetica delle attività scientifiche del progetto

Il progetto sviluppato nell'arco del 2015 ha consolidato l'applicazione di metodi di riduzione della complessità computazionale per migliorare la fruibilità del calcolo scientifico in vista di applicazioni più complesse in ambito industriale, medico e in generale nelle scienze applicate. Un importante elemento è la possibilità di trattare in modo parametrico, automatico ed efficiente le geometrie dei domini in cui simulare e/o ottimizzare il problema.

In questo modo si rende meglio fruibile il contributo dei metodi di riduzione della complessità computazionale su una ampia classe di problemi in fluidodinamica che va dalla biologia alle costruzioni navali, passando per il sistema cardiovascolare in medicina, per fornire alcuni esempi, includendo anche problemi di multifisica, in particolare l'interazione fluido-struttura e i mezzi porosi.

Oltre all'ambito industriale, con sviluppi per lo più di tecniche FV e IBM, le tecniche sviluppate nel progetto hanno un potenziale notevole in ambito biomedicale e biologico (SEM), garantendo la possibilità di incrementare la complessità dei problemi da affrontare, per esempio effettuando anche una quantificazione dell'incertezza sui parametri (che possono essere anche numerosi).

Obiettivi e risultati che il progetto ha raggiunto:

- 1) Il consolidamento dei metodi a basi ridotte nell'ambito della fluidodinamica non stazionaria per una miglior fruibilità degli stessi verso applicazioni di maggior rilevanza industriale e scientifica. In particolare da un punto di vista metodologico:
 - 1.a. Il miglioramento delle tecniche (adattive, quali CVT, POD, greedy) di esplorazione e selezione dei parametri che costituiscono la fase cruciale di scelta delle funzioni di base offline, in grado di cogliere anche l'evoluzione temporale del problema parametrizzato [PoliTo, SISSA].

- 1.b. Un'indagine esplorativa su come calcolare in maniera più efficiente alcuni fattori di stabilità (e una loro approssimazione per difetto) degli operatori che reggono i problemi considerati (costanti di coercività, inf-sup, continuità) [Polito, SISSA].
 - 1.c. Lo sviluppo di tecniche ridotte per flussi non stazionari viscosi (Stokes, Navier-Stokes) per garantire un ampio uso dei metodi ridotti [Polito, SISSA].
 - 1.d. Un confronto con altre tecniche di riduzione della complessità computazionale del modello (POD, PGD) e studio del loro possibile accoppiamento con basi ridotte [SISSA, PoliTo].
- 2) L'uso di tecniche di discretizzazione diversificate ed evolute da accoppiare a metodi ridotti. In particolare:
- 2.a. Metodi a elementi spettrali (SEM) e adattività *hp* in accoppiamento con metodi ridotti per problemi di CFD avanzata [SISSA, PoliTo].
 - 2.b. Implementazione e sviluppo di tecniche IBM (e confronto con tecniche standard FEM, FV) nell'ambito dell'applicazione di metodi ridotti per problemi di multifisica, in particolare nei problemi di interazione fluido-struttura (FSI), senza dovere utilizzare delle griglie di calcolo che si adattano alla posizione del solido. In particolare, utilizzando un approccio di tipo *fictitious domain* con l'introduzione di un opportuno moltiplicatore di Lagrange, si è pervenuti ad uno schema di discretizzazione spazio-tempo che risulta essere incondizionatamente stabile. Ad ogni passo temporale, il problema si presenta come un problema di punto sella di cui si è studiata l'approssimazione mediante elementi finiti, dimostrando esistenza, unicità, dipendenza continua dai dati della soluzione continua e discreta, ottenendo stime dell'errore quasi ottimali [UniBs, UniPv, SISSA].
- 3) Sviluppo di una libreria di codice versatile e automatizzabile per la gestione ottimale della parametrizzazione dei problemi, in particolar modo della parametrizzazione geometrica, e il relativo accoppiamento con i principali algoritmi di riduzione della complessità computazionale (librerie basi ridotte). Questo codice, battezzato **RBniCS**, ha struttura ottimizzata offline, interfacciata con **FEniCS** tramite **Python**, per la generazione delle basi e delle griglie di calcolo di qualità, e una parte online, basata su **Python**, che in futuro potrà anche essere progettata per il suo utilizzo remoto su svariati strumenti (dal laptop al tablet, delocalizzati), anche mediante interfacce grafiche.
- 4) Per quanto riguarda i risultati applicativi l'obiettivo è stato quello di garantire la risoluzione di problemi parametrizzati in meccanica dei fluidi con prestazioni computazionali competitive e allo stesso tempo un risultato di ottima qualità, abbattendo i tempi computazionali (online) a parità di potenza di calcolo, per poter affrontare problemi sempre più complessi che tengano conto di scenari di incertezza, e di una certa versatilità grazie ai parametri fisici e geometrici dei problemi.

Dalla risoluzione di un problema iterativo di ottimizzazione di forma retto da equazioni stazionarie di Navier-Stokes che impiegava anche diversi giorni a fornire una soluzione, mentre una simulazione a parametri fissi anche diverse ore, si è passati, con metodi di riduzione, opportunamente accoppiati a tecniche efficienti di parametrizzazione e discretizzazione, a costi computazionali che passano all'ordine del minuto e dei secondi, rispettivamente.

- 5) Il progetto si è inserito nella rete consolidata di relazioni e collaborazioni nazionali (PRIN), europee (EU COST) ed extra europee dei vari gruppi di ricerca che hanno aderito al progetto.

3 Attività rendicontate sul progetto

Un'attività molto importante è stata la formazione dei giovani ricercatori tramite la partecipazione a scuole a tema "Model Reduction": quattro giovani ricercatori hanno partecipato ad alcune scuole di formazione: Filippo Salmoiraghi e Francesco Ballarin a Dobbiaco a giugno 2015, su PDEs, <http://www.dmi.units.it/dobbiaco/>; Giuseppe Pitton a Cortona a luglio-agosto 2015, su basi ridotte, <http://germanio.math.unifi.it/it/courses-cortona/>; infine Giovanni Corsi a Linz (Austria) a gennaio 2016, su FSI, <http://ganymed.iwr.uni-heidelberg.de/~modiso-fsi/>. Si veda il rendiconto dettagliato.

Una altrettanto importante attività ha riguardato l'organizzazione presso la SISSA di Trieste di una due giorni di studio come momento di riflessione e condivisione di risultati e strategie globali di sviluppo, a cui hanno partecipato tutti i membri del progetto nei giorni 13-14 Luglio 2015. All'attività seminariale importante con talk estesi si sono aggiunte tavole rotonde per discutere dello sviluppo di software open-source di calcolo e nuove tendenze e sviluppi. Si consulti la rendicontazione per il dettaglio delle spese di tutti i partecipanti al progetto non afferenti alla SISSA in missione a Trieste. Web: <http://mathlab.sissa.it/advances-numerical-analysis-scientific-computing...-and-computational-mechanics>

3.1 Conferenze e missioni per collaborazioni scientifiche

Nicola Cavallini e Luca Heltai hanno partecipato alla Tredicesima Fiera Europea Degli Elementi Finiti, Praga, Repubblica Ceca, 5-6 Giugno 2015, dove hanno presentato talk su argomenti relativi ai problemi di interazione fluido-struttura. Nicola Cavallini si è interessato alla stabilità di schemi numerici che utilizzano un moltiplicatore di Lagrange per l'imposizione della condizione cinematica. Luca Heltai ha discusso risultati di convergenza per problemi caratterizzati da soluzione discontinua. Esattamente il caso che si verifica nel caso di una interfaccia fluido-struttura. <http://efef2015.karlin.mff.cuni.cz/>

Gianluigi Rozza ha partecipato a una conferenza tematica ECCOMAS presso ENS di Cachan, Francia sullo stato dell'arte dei modelli ridotti, 3-6 Novembre 2015, dando un talk sullo stato dell'arte dello sviluppo dei modelli ridotti in CFD e FSI. In tale workshop hanno partecipato ricercatori attivi nel settore e l'occasione è stata di forte impatto e di scambio proficuo di esperienze e visioni. Un talk con base simile è stato dato da Gianluigi Rozza a Montecatini Terme a Febbraio 2016 al convegno GNCS per presentare lo stato dell'arte del progetto. <https://rom2015.sciencesconf.org/>

Gianluigi Rozza e Francesco Ballarin hanno intrapreso una collaborazione con Luca Gerado Giorda del BCAM di Bilbao con una visita presso il BCAM stesso a fine gennaio 2016, parzialmente supportata dal progetto, a tema sviluppo di modelli ridotti per problemi di multifisica e relativo sviluppo software implementativo degli algoritmi studiati.

4 Pubblicazioni

[1] D. Boffi, N. Cavallini, L. Gastaldi. The Finite Element Immersed Boundary Method with Distributed Lagrange multiplier. *SIAM J. of Numerical Analysis* 53 (2015) pp. 2584-2604 .

[2] D. Boffi, L. Gastaldi. A fictitious domain approach with Lagrange multiplier for fluid-structure interactions. *Numer. Math.* (2016) doi:10.1007/s00211-016-0814-1.

[3] F. Chinesta, A. Huerta, G. Rozza, K. Willcox. *Model Order Reduction: a survey*. Encyclopedia of Computational Mechanics, Elsevier, 2016.

[4] F. Salmoiraghi, F. Ballarin, L. Heltai, G. Rozza. Isogeometric analysis-based reduced order modelling for incompressible linear viscous flows in parametrized shapes. *AMOS Advanced Modelling and Simulation in Engineering Sciences*, Springer, 2016 (online).

[5] F. Salmoiraghi, F. Ballarin, G. Corsi, A. Mola, M. Tezzele, G. Rozza. Advances in geometrical parametrization and reduced order models and methods for computational fluid dynamics problems in applied sciences and engineering: overview and perspectives. *Proceedings of the ECCOMAS Congress*, June 2016, Crete, Greece.

[6] I. Martini, G. Rozza, B. Haasdonk. Reduced basis approximation and a-posteriori error estimation for the coupled Stokes-Darcy system. *Advances in Computational Mathematics*, 2015, 41, 1131-1157.

[7] F. Ballarin, G. Rozza. POD–Galerkin monolithic reduced order models for parametrized fluid-structure interaction problems. *Int. Journal . Num. Meth. Fluid Dynamics*, 2016, online.

5 Appendice: Partecipanti al progetto

Partecipanti strutturati

1. **Responsabile:** Gianluigi Rozza
Posizione: Professore Associato in Analisi Numerica
Affiliazione: SISSA, Scuola Internazionale Superiore di Studi Avanzati, Trieste, Area Matematica, mathLab
e-mail: gianluigi.rozza@sissa.it
2. **Partecipante:** Daniele Boffi
Posizione: Professore Ordinario in Analisi Numerica
Affiliazione: Università degli Studi di Pavia, Dipartimento di Matematica
e-mail: danielle.boffi@unipv.it
3. **Partecipante:** Claudio Canuto
Posizione: Professore Ordinario in Analisi Numerica
Affiliazione: Politecnico di Torino, Dipartimento di Scienze Matematiche
e-mail: claudio.canuto@polito.it
4. **Partecipante:** Lucia Gastaldi
Posizione: Professore Ordinario in Analisi Numerica
Affiliazione: Università degli Studi di Brescia, Dipartimento di Ingegneria Civile, Architettura, Territorio, Ambiente e di Matematica
e-mail: lucia.gastaldi@unibs.it
5. **Partecipante:** Luca Heltai
Posizione: Ricercatore in Analisi Numerica
Affiliazione: SISSA, Scuola Internazionale Superiore di Studi Avanzati, Trieste, Area Matematica, mathLab
e-mail: luca.heltai@sissa.it

Partecipanti non strutturati

6. **Partecipante:** Michele Annese
Posizione: dottorando
Affiliazione: Università degli Studi di Brescia, Dipartimento di Ingegneria Civile, Architettura, Territorio, Ambiente e di Matematica
e-mail: m.annese@unibs.it

7. **Partecipante:** Francesco Ballarin
Posizione: assegnista
Affiliazione: SISSA, Scuola Internazionale Superiore di Studi Avanzati, Trieste,
Area Matematica, mathLab
e-mail: francesco.ballarin@sissa.it

8. **Partecipante:** Nicola Cavallini
Posizione: Assegnista di Ricerca
Affiliazione: Università degli Studi di Pavia, Dipartimento di Matematica
e-mail: nicola.cavallini@unipv.it

9. **Partecipante:** Giovanni Corsi
Posizione: assegnista
Affiliazione: SISSA, Scuola Internazionale Superiore di Studi Avanzati, Trieste,
Area Matematica, mathLab
e-mail: giovanni.corsi@sissa.it

10. **Partecipante:** Giuseppe Pitton
Posizione: dottorando
Affiliazione: SISSA, Scuola Internazionale Superiore di Studi Avanzati, Trieste,
Area Matematica, mathLab
e-mail: giuseppe.pitton@sissa.it

11. **Partecipante:** Filippo Salmoiraghi
Posizione: assegnista
Affiliazione: SISSA, Scuola Internazionale Superiore di Studi Avanzati, Trieste,
Area Matematica, mathLab
e-mail: filippo.salmoiraghi@sissa.it

12. **Partecipante:** Angela Scardigli
Posizione: dottoranda
Affiliazione: Politecnico di Torino, Dipartimento di Matematica
e-mail: angela.scardigli@optimad.it

Trieste, 22 Settembre 2016

Giuseppe Reese