

# Progetto di ricerca: *Tecniche wavelet di tipo non-stazionario per l'elaborazione di immagini*

Responsabile: Mariantonio Cotronei

## Relazione conclusiva

**Partecipanti:** Vittoria Bruni (Univ. Roma "La Sapienza"), Mariantonio Cotronei (Univ. Reggio Calabria), Rosa Di Salvo (Univ. Messina), Francesca Pitoli (Univ. Roma "La Sapienza"), Luigia Puccio (Univ. Messina), Milvia Rossini (Univ. Milano-Bicocca).

**Finanziamento assegnato:** 3500 Euro (di cui 1500 per contributo professori visitatori)

## 1 Introduzione

Le attività svolte nell'ambito del progetto hanno riguardato soprattutto l'esplorazione di tecniche wavelet, di suddivisione e Bayesiane innovative per l'elaborazione di segnali, con l'obiettivo di disporre di strumenti più flessibili e rappresentazioni dei dati più accurate.

Parte del contributo assegnato è stato utilizzato per coprire le spese di missione di alcuni partecipanti al progetto, sia per favorire gli incontri di collaborazione scientifica tra gli stessi che per supportare la loro partecipazione a convegni.

La rimanente parte del finanziamento è stata utilizzata come contributo a favore dei seguenti professori visitatori:

- Matthias Holschneider (Univ. Potsdam, Germania), presso Università Mediterranea di Reggio Calabria, 7–12/12/2014,
- Ivan Selesnick (New York University, USA), presso Università di Roma "La Sapienza", 17–24/1/2015,

i quali hanno avuto modo di svolgere sia attività seminariale che attività di collaborazione scientifica e di ricerca con i partecipanti al progetto.

## 2 Sintesi delle attività di ricerca svolte

Le ricerche hanno riguardato, in particolare, le seguenti tematiche:

- *Analisi multirisoluzione multipla;*
- *Schemi di suddivisione stocastici;*

- *Trasformata wavelet razionale discreta e applicazione al trattamento di immagini;*
- *Costruzione di preconditionatori per la soluzione di problemi inversi.*

La descrizione sintetica delle attività svolte in ciascun ambito viene di seguito riportata.

#### *Analisi multirisoluzione multipla*

L'analisi multirisoluzione multipla costituisce una generalizzazione non-stazionaria della classica MRA in cui ogni step di implementazione del filterbank o, equivalentemente, ogni step del processo di suddivisione può essere controllato da coppie differenti di matrici di scaling e filtri, scelti in un "dizionario" finito. Tale strategia permette un'elaborazione dei dati adattata alle direzioni, che risulta particolarmente utile quando si vogliono individuare singolarità rispetto a una determinata curva.

Durante il periodo di svolgimento del presente progetto, abbiamo avuto modo di completare un'attività di ricerca in corso ottenendo un risultato significativo legato alla costruzione di uno schema multiplo basato su matrici di dilatazione anisotropiche con basso valore del determinante e su filtri non separabili ottenuti a partire da filtri monodimensionali interpolatori. I primi test sull'efficacia del corrispondente sistema wavelet biortogonale nel contesto dell'analisi di immagini confermano l'efficacia della procedura.

Partecipanti al progetto coinvolti nell'attività: M. Cotronei, M. Rossini.

#### *Schemi di suddivisione stocastici*

L'attività svolta ha riguardato la definizione e la costruzione di schemi di suddivisione di tipo casuale per il problema della ricostruzione di dati in spazi di Hilbert a nucleo riprodotto (RKHS), utilizzando una formulazione Bayesiana per ottenere stime di incertezza sulle predizioni. L'approccio utilizzato prevede che ad ogni passo il processo di suddivisione prenda in considerazione un rumore normale standardizzato e generi così, al limite, processi Gaussiani, la cui covarianza a priori costituisce il nucleo riprodotto. Si è mostrato come caratterizzare la distribuzione a posteriori e come simulare realizzazioni ad un costo computazionale molto basso, sfruttando le proprietà ricorsive della suddivisione.

Partecipanti al progetto/professori visitatori coinvolti nell'attività: M. Cotronei, R. Di Salvo, L. Puccio, M. Holschneider

#### *Trasformata wavelet razionale discreta e applicazione al trattamento di immagini*

L'attività ha riguardato la definizione della trasformata wavelet razionale discreta con parametro di dilatazione dipendente dalla risoluzione e sue applicazioni nell'ambito del miglioramento della qualità di un'immagine. Nello specifico, l'uso di parametro di scala variabile ha permesso di definire una trasformata in grado di adattarsi da un lato alle

caratteristiche della funzione (immagine) analizzata, favorendo la sparsità della rappresentazione, e dall'altro, nel caso specifico delle immagini, alla sensibilità al contrasto dell'occhio dell'osservatore.

Partecipanti al progetto/professori visitatori coinvolti nell'attività: V. Bruni, I. Selesnick

### *Costruzione di preconditionatori per la soluzione di problemi inversi*

Le ricerche hanno riguardato la costruzione di preconditionatori per la soluzione di problemi inversi fortemente sottodeterminati, come ad esempio il problema inverso della magnetoencefalografia. In particolare, sono stati studiati nuovi tipi di preconditionatori per il metodo del gradiente coniugato. L'idea chiave è quella di utilizzare i preconditionatori "destri" per imporre sulla soluzione numerica dei vincoli basati sulle conoscenze a priori dovute alla natura del fenomeno sotto osservazione. Tale approccio è basato sull'uso di strumenti di statistica Bayesiana: sia l'errore di misurazione che le possibili soluzioni sono rilette come variabili aleatorie e l'informazione relativa al preconditionatore espressa mediante una distribuzione a priori sulla matrice di covarianza della soluzione. Questa informazione a priori va ad integrare l'informazione dei dati, che risulta essere incompleta. Analizzando l'effetto che i preconditionatori "destri" hanno sulla soluzione, è stato mostrato che questi permettono di arricchire la soluzione di informazioni che altrimenti vengono perse nel processo di ricostruzione. Poiché i preconditionatori possono a loro volta essere rivisti come variabili aleatorie la cui distribuzione può dipendere da altre variabili, si sono utilizzati modelli gerarchici Bayesiani per l'apprendimento di tali preconditionatori.

Partecipanti al progetto coinvolti nell'attività: V. Bruni, F. Pitolli

## **3 Pubblicazioni relative al progetto**

- [1] F. Angelini, V. Bruni, I. Selesnick and D. Vitulano, Adaptive Scale Selection for Multiscale Image Denoising, Proc. of Int. Conf. ACIVS 2015, Lecture Notes in Computer Science (2015)
- [2] M. Bozzini, D. Ghisi, M. Rossini and T. Sauer, Directional transforms and pseudo-commuting properties, in stampa su M. C. López de Silanes, M. Palacios, G. Sanz, É. Ahusborde y C. Amrouche, (eds.): *Twelfth International Conference Zaragoza-Pau on Mathematics, 2014*, Monografías del Seminario Matemático García De Galdeano. ISBN: 978-84-16028-35-1.
- [3] V. Bruni, L. Tarchi, I. Selesnick, D. Vitulano, An adaptive perception-based image preprocessing method, Proc. of Int. Conf. EUSIPCO 2015 (2015)
- [4] D. Calvetti, A. Pascarella, F. Pitolli, E. Somersalo, B. Vantaggi, A hierarchical Krylov-Bayes iterative inverse solver for MEG with physiological preconditioning, *Inverse Problems* 31(12) (2015), 125005.

- [5] D. Calvetti, F. Pitolli, E. Somersalo, B. Vantaggi, Bayes meets Krylov: preconditioning CGLS for underdetermined systems, sottomesso per la pubblicazione.
- [6] M. Cotronei, R. Di Salvo, M. Holschneider, L. Puccio, Interpolation in reproducing kernel Hilbert spaces based on random subdivision schemes, sottomesso per la pubblicazione
- [7] M. Cotronei, D. Ghisi, M. Rossini, T. Sauer, An anisotropic directional subdivision and multiresolution scheme, *Adv. Comput. Math.* 41(3) (2015), 709-726.

## 4 Presentazioni a workshop e convegni nell'ambito del progetto

- F. Pitolli, Neuroelectric Source Localization by Random Spatial Sampling, SIAM Conference on Imaging Sciences, Hong Kong (Maggio, 2014).
- M. Rossini, On the problem of recovering non regular surfaces from gridded data, minisimposio "Signal and image processing techniques, and applications" (organizzato da M. Cotronei, E. Francomano, F. Pitolli), Congresso SIMAI 2014 (Luglio 2014).
- F. Pitolli, Magnetic tomography by random spatial sampling, minisimposio "Signal and image processing techniques, and applications" (organizzato da M. Cotronei, E. Francomano, F. Pitolli), Congresso SIMAI 2014 (Luglio 2014).
- R. Di Salvo, Subdivision of random processes, SMART - First International Conference on Subdivision, Geometric and Algebraic Methods, Isogeometric Analysis and Refinability in Tuscany, Pontignano (Settembre 2014).
- M. Cotronei, A multiple multiresolution analysis for image processing, SIAM Minisymposium on Multivariate Signal Analysis and Inverse Problems, Joint Mathematics Meetings, San Antonio (USA) (Gennaio 2015).