

Rendiconto del Progetto di ricerca - GNCS 2014

“Metodi di regolarizzazione per problemi di ottimizzazione vincolata”

Responsabile: Stefania Bellavia

Professore Associato

Dipartimento di Ingegneria Industriale, Università di Firenze , 055-4796703,
`stefania.bellavia@unifi.it`

Finanziamento: 4500 Euro

Partecipanti:

- Stefania Bellavia, Dipartimento di Ingegneria Industriale, Università di Firenze
- Tommaso Bianconcini, Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione, Università degli Studi di Firenze
- Nicola Mastronardi, Istituto per le Applicazioni del Calcolo “M. Picone”, sede di Bari, Consiglio Nazionale delle Ricerche
- Benedetta Morini, Dipartimento di Ingegneria Industriale, Università di Firenze
- Valeria Simoncini, Dipartimento di Matematica, Università di Bologna
- Mattia Tani, Dipartimento di Matematica, Università di Bologna

1 Descrizione dell'attività svolta

I metodi di regolarizzazione di interesse per il progetto sono procedimenti di tipo Levenberg-Marquardt, metodi di Regolarizzazione Quadratica Adattiva, metodi Trust-Region e metodi Interior Point. L'attività di ricerca si è svolta seguendo le linee indicate nel progetto. In particolare, sono stati definiti e studiati nuovi metodi di regolarizzazione per specifiche classi di problemi di ottimizzazione, quali sistemi non lineari, problemi di ottimizzazione quadratica e problemi di minimizzazione derivanti da problemi di controllo ottimo. In tali procedimenti il calcolo del passo utilizzato per calcolare l'iterata richiede la minimizzazione di un opportuno modello non lineare. Nel progetto sono stati proposti nuovi procedimenti per il calcolo di tale minimizzatore e sono stati considerati sia approcci di tipo iterativo che metodi diretti per la risoluzione numerica dei risultanti

sistemi lineari. Le prestazioni dei procedimenti proposti nell'ambito del progetto sono state confrontate con quelli di procedimenti classicamente usati in letteratura.

In particolare sono stati studiate le proprietà di convergenza e regolarizzanti di procedimenti di tipo Trust region e Regolarizzazione Adattiva. La classica teoria di convergenza per questa classe di metodi si basa sulla invertibilità della Jacobiana nella soluzione, ipotesi che non è ragionevole assumere in presenza di problemi mal posti. Per questa ragione, in [BM], sono state analizzate le proprietà di convergenza dei metodi di Regolarizzazione Adattiva Quadratica e Cubica per problemi ai minimi quadrati non lineari sotto ipotesi più deboli della invertibilità della Jacobiana nella soluzione. Lo studio del metodo di Regolarizzazione Adattiva Cubica per problemi di minimizzazione non lineare è stato ulteriormente approfondito in [BMS] dove è stato proposto un procedimento in cui ad ogni iterazione la minimizzazione del modello cubico è effettuata mediante un metodo di tipo gradiente. La procedura ottenuta è "matrix-free" e preserva le proprietà di complessità computazionali ottimali del metodo standard. Le proprietà teoriche e computazionali di nuovi procedimenti di tipo Trust-Region per sistemi non lineari vincolati di grandi dimensioni sono infine state studiate nel lavoro [BP]. Si sottolinea che la classe di problemi considerata in [BP] include i sistemi non lineari derivanti dalle condizioni di ottimalità del primo ordine per problemi di ottimizzazione vincolata.

Sia i metodi Interior Point per problemi di ottimizzazione vincolata che i procedimenti di Regolarizzazione Adattiva per problemi ai minimi quadrati non lineari, richiedono ad ogni iterazione la risoluzione di un sistema lineare che può essere riformulato come un sistema lineare con matrice dei coefficienti di *punto sella* o KKT. In questo ambito, nel progetto sono stati sviluppati metodi diretti per la soluzione dei sistemi lineari che nascono nella risoluzione di problemi di programmazione quadratica derivanti da problemi applicativi di Model Predictive Control risolti mediante procedimenti di tipo Interior Point. I sistemi lineari che nascono in questo contesto sono altamente strutturati e sparsi. Nel lavoro [MV] sono stati introdotti metodi diretti che sfruttano la struttura originaria dei suddetti sistemi, basati su fattorizzazioni ricorsive, veloci e stabili, delle matrici dei coefficienti in forma antitriangolare. L'attenzione è stata inoltre rivolta, nel lavoro [PST] alle sequenze di sistemi lineari di tipo KKT che nascono nella risoluzione di problemi di programmazione quadratica per problemi di controllo ottimo con vincoli dati sia da PDE di tipo convettivo-diffusivo che da vincoli di tipo box sullo stato e/o sul controllo. Sono stati proposti nuovi preconditionatori e ne sono state mostrate sia le proprietà teoriche (ottimalità e robustezza rispetto ai parametri continui e discreti del problema) che quelle computazionali per un'ampio insieme di valori dei parametri. L'attenzione è stata infine rivolta alle sequenze di sistemi lineari derivanti dalla risoluzione di problemi di programmazione quadratica convessa con procedimenti di tipo Interior-Point. Tali sistemi sono formulabili in forma non simmetrica, simmetrica ed indefinita, simmetrica e definita positiva. Nei lavori [MST1, MST2] sono state studiate e confrontate le formulazioni simmetriche ed indefinite analizzando le loro proprietà spettrali e l'effetto dell'applicazione di classi di preconditionatori noti in letteratura. Nel lavoro [BDDM] sono state proposte tecniche di aggiornamento del preconditionatore per tali sequenze nella forma simmetrica e indefinita (KKT). In questi approcci, la fattorizzazione di un preconditionatore di una particolare matrice della se-

quenza, viene aggiornata, con un basso costo computazionale, in modo da dare luogo a preconditionatori per successivi sistemi della sequenza.

I componenti del progetto hanno attivamente collaborato. Il lavoro svolto è documentato in 3 lavori pubblicati, 5 lavori sottomessi per la pubblicazione. Sono state inoltre presentate 8 comunicazioni a convegni internazionali.

Elenco delle pubblicazioni

1. [BDDM] S. Bellavia, V. De Simone, D. di Serafino, B. Morini, *On the update of constraint preconditioners for regularized KKT systems*, 2014, sottomesso.
2. [BM] S. Bellavia, B. Morini, *Strong local convergence properties of adaptive regularized methods for nonlinear least-squares*, IMA J. Numerical Analysis, vol. 35, pp. 947-968, 2015.
3. [BP] S. Bellavia, S. Pieraccini, *On affine scaling inexact dogleg methods for bound-constrained nonlinear systems*, Optimization Methods and Software, vol. 30, pp. 276-300, 2015.
4. [BMS] T. Bianconcini, G. Liuzzi, B. Morini, M. Sciandrone *On the use of iterative methods in cubic regularization for unconstrained optimization*, Computational Optimization and Applications, vol. 60, pp. 35-57, 2015.
5. [MV] N. Mastronardi, P. Van Dooren, Rank-revealing decomposition of symmetric indefinite matrices via block anti-triangular factorization, sottomesso.
6. [MST1] B. Morini, V. Simoncini and M. Tani, Unreduced symmetric KKT systems arising from Interior Point methods. Part I: spectral estimates, sottomesso.
7. [MST2] B. Morini, V. Simoncini and M. Tani, Unreduced symmetric KKT systems arising from Interior Point methods. Part II: Preconditioning, sottomesso.
8. [PST] M. Porcelli, V. Simoncini, M. Tani, Preconditioning of active-set Newton methods for PDE-Constrained optimal control problems, sottomesso.

Comunicazioni a congressi

- S. Bellavia, “Levenberg-Marquardt and Adaptive Quadratic Regularized methods for ill-posed nonlinear systems”, SIMAI 2014, 7-10 Luglio 2014, Taormina (CT).
- S. Bellavia “Trust-region and Adaptive Quadratic Regularized methods for ill-posed nonlinear systems”, 4th IMA Conference on Numerical Linear Algebra and Optimisation, 3-5 Settembre 2014, Birmingham, UK.
- T. Bianconcini, “On the use of iterative methods in adaptive cubic regularization”, SIAM Conference on Optimization, 9-22 Maggio 2014, San Diego, California, USA.
- N. Mastronardi, “On Solving KKT Linear Systems arising in Model Predictive Control via Recursive Anti-Triangular Factorization”, Householder Symposium, 8-13 Giugno 2014, Spa, Belgio.

- N. Mastronardi, “Symmetric antitriangular matrices and applications”, Structured Numerical Linear and Multilinear Algebra: Analysis, Algorithms and Application, 8-12 Settembre 2014, Kalamata, Grecia.
- N. Mastronardi, “Antitriangular Factorization of Symmetric Matrices and Applications in Model Predictive Control”, Structured Matrices and Tensors: Analysis, Algorithms and Applications, 8-11 Dicembre 2014, Taipei, Taiwan.
- B. Morini, “Spectral analysis and preconditioning issues for unreduced symmetric systems arising from Interior Point methods”, SIAM Conference on Optimization, San Diego, California, USA.
- V. Simoncini, “On preconditioning PDE-constrained optimization problems with control constraints”, Workshop on PDE-Constrained Optimization, 6-7 Marzo 2014, Linz, Austria.
- M. Tani, “Unreduced symmetric KKT systems arising from interior point methods”, 4th IMA Conference on Numerical Linear Algebra and Optimisation, 3-5 Settembre 2014, Birmingham, UK.

Quadro riassuntivo delle spese del progetto

Sono state finanziate missioni in Italia e all'estero per partecipazioni ai seguenti convegni:

- SIAM Conference on Optimization, San Diego, California, USA, 9-22 Maggio 2014; contributo per le missioni di T. Bianconcini e B. Morini.
- SIMAI 2014, Taormina (CT), contributo per la missione di S. Bellavia.
- Householder Symposium, 8-13 Giugno 2014, Spa, Belgio, contributi per le missioni di V. Simoncini e N. Mastronardi.
- Numerical Linear Algebra and Optimisation, 3-5 Settembre 2014, Birmingham, UK; contributi per le missioni di S. Bellavia e M. Tani.
- BIRS Workshop on Sparse Representations, Numerical Linear Algebra, and Optimization, 5-10 Ottobre 2014, Banff, Canada, contributo per la missione di V. Simoncini.