

# Relazione Scientifica Finale

## Programma Progetti Giovani Ricercatori GNCS 2013

Responsabile: dott.ssa Incoronata Notarangelo

Qualifica: assegnista di ricerca

Dipartimento di Matematica, Informatica ed Economia,

Università degli Studi della Basilicata, Potenza,

tel: +39 347 1123 712, fax: +39 0971 205 896

`incoronata.notarangelo@unibas.it`

**Titolo del Progetto:** Approssimazione polinomiale pesata e sua applicazione al trattamento numerico di equazioni integrali

**Contributo assegnato:** 1 200 euro

### 1 Attività di ricerca svolta

Lo scopo principale del progetto di ricerca è approssimare mediante polinomi funzioni definite sulla semiretta reale  $(0, +\infty)$ , che possano crescere esponenzialmente sia per  $x \rightarrow +\infty$  che per  $x \rightarrow 0^+$ . Tale problema non ha ricevuto alcuna attenzione in letteratura prima dei recenti lavori della responsabile del progetto, in collaborazione con i proff. G. Mastroianni (Università degli Studi della Basilicata), J. Szabados (Istituto di Matematica Renyi dell'Accademia Ungherese delle Scienze) e G.V. Milovanović (Accademia Serba delle Scienze e delle Arti).

In particolare, nell'ambito del progetto, l'attività di ricerca si è sviluppata lungo tre direzioni.

Innanzitutto, in collaborazione con i proff. G. Mastroianni e G.V. Milovanović, abbiamo trattato gli aspetti teorici e numerici del problema di approssimare soluzioni di equazioni integrali di Fredholm sulla semiretta reale, con funzioni note continue su  $(0, +\infty)$  e aventi un comportamento di tipo esponenziale sia per  $x \rightarrow +\infty$  che per  $x \rightarrow 0^+$ , in opportuni spazi funzionali pesati. Abbiamo provato la stabilità e la convergenza del metodo numerico proposto, ottenendo stime dell'errore in metrica uniforme pesata. Tale metodo converge con l'ordine della migliore approssimazione polinomiale pesata.

In secondo luogo, la sottoscritta ha provato un analogo di noto teorema di A. Máté, P. Nevai e V. Totik sui polinomi ortogonali rispetto ad arbitrarie misure q.o. positive su  $(-1, 1)$ , al caso delle derivate di polinomi ortogonali rispetto a pesi doubling. Risultati di questo tipo possono essere utili ad esempio per provare la necessità delle condizioni sui

pesi in teoremi di convergenza di somme di Fourier, polinomi interpolanti di Lagrange ed Hermite.

Infine, in collaborazione con i prof. G. Mastroianni e il dr. P. Pastore, abbiamo considerato processi di interpolazione di tipo Lagrange–Hermite per funzioni definite sulla semiretta reale  $r$ -volte derivabili in 0, dimostrando teoremi di convergenza di tali processi in opportuni spazi funzionali pesati e confrontando l'errore commesso con la migliore approssimazione polinomiale pesata.

I risultati ottenuti nell'ambito del progetto sono contenuti negli articoli scientifici:

- G. Mastroianni, G. V. Milovanović, I. Notarangelo: *A Nyström method for a class of Fredholm integral equations on the real semiaxis*, in progress.
- I. Notarangelo, *On a conjecture of P. Nevai*, Publication de l'Institut Mathématique (Beograd), to appear.
- G. Mastroianni, I. Notarangelo and P. Pastore, *Lagrange–Hermite interpolation on the real semiaxis*, submitted.

Inoltre questi risultati sono contenuti in due monografie in corso di scrittura, la prima in collaborazione con i proff. G. Mastroianni, G.V. Milovanović, M. Stanić, la seconda con i proff. P. Junghanns e G. Mastroianni.

Infine la sottoscritta ha comunicato i risultati ottenuti nei seguenti convegni internazionali su invito:

- Third International Conference on Numerical Analysis and Approximation Theory, Cluj-Napoca (Romania), September 17–20, 2014. Talk: *Numerical treatment of some special Fredholm integral equations on the real semiaxis*.
- V Jaen Conference on Approximation, Úbeda (Spagna), June 23–26, 2014. Talk: *A remark on a conjecture of P. Nevai*.
- Workshop on Multivariate Approximation, Verona, November 29–30, 2013. Talk: *Weighted polynomial inequalities and embedding theorems on the real semiaxis*.

Per motivi di tempo, non ho ancora affrontato alcuni problemi connessi ai precedenti. In particolare, resta ancora aperto il problema della costruzione di processi di approssimazione polinomiale pesata con funzioni peso del tipo  $w(x) = e^{-x^{-\alpha}-x^{\beta}}$ , con  $\alpha > 0$  e  $\beta > 1$ , quali somme di Fourier e polinomi di Lagrange. Tale problema non ha ricevuto alcuna attenzione in letteratura e trova applicazione in più contesti, come ad esempio nel trattamento numerico di equazioni funzionali.

## 2 Utilizzo del contributo

La sottoscritta ha utilizzato 1199,27 euro dei 1200 euro di contributo assegnato. Più nel dettaglio, il contributo è stato utilizzato per due missioni all'estero:

- Partecipazione al convegno internazionale “V Jaen Conference on Approximation”, Úbeda (Spagna), June 23–26, 2014. (900,24 euro)
- Visita presso la Facoltà di Matematica della TU Chemnitz (Germania), per collaborazione scientifica con il prof. P. Junghanns. (299,03 euro)

La visita della sottoscritta presso la Facoltà di Matematica della *Technische Universität Chemnitz* (Chemnitz, Germania) si svolta nel periodo compreso fra il 12 e il 19 maggio 2014. Tale visita è stata finalizzata alla collaborazione scientifica con il prof. Peter Junghanns sulle applicazioni di processi interpolatori al trattamento numerico di equazioni integrali e funzionali. Inoltre, durante tale visita si è continuata la scrittura di una monografia in collaborazione con i proff. P. Junghanns e G. Mastroianni.

Il convegno “V Jaen Conference on Approximation Theory” si è svolto Ubeda (Spagna), nel periodo 23–26 settembre 2014. Il convegno, di rilievo internazionale, è stato principalmente dedicato a: *Approximation Theory, Computer Aided Geometric Design, Numerical Methods* e loro applicazioni. Vi hanno preso parte vari esperti di questi settori, in particolare i principali speakers sono stati:

- Alicia Cachafeiro (Universidad de Vigo, Spain)
- Kurt Jetter (Universität Hohenheim, Germany)
- Erik Koelink (Radboud University Nijmegen, The Netherlands)
- Guillermo López-Lagomasino (Universidad Carlos III de Madrid, Spain)
- Paul Nevai (KAU, Jeddah, Saudi Arabia & Upper Arlington-Columbus, Ohio, USA)
- Paul Sablonniere (INSA de Rennes, France)
- Jungho Yoon (Ewha W. University, South Korea)

Informazioni più dettagliate sono reperibili sulla pagina web del convegno:

<http://www.ujaen.es/revista/jja/jca/>

Infine la sottoscritta ha partecipato con una comunicazione dal titolo:

“*A remark on a conjecture of P. Nevai*”.

Potenza, 24 settembre, 2014

In fede,  
dott.ssa Incoronata Notarangelo

