

Relazione finale sul Progetto di ricerca GNCS 2015
*Tecniche numeriche per la simulazione di flussi in reti di fratture di
grandi dimensioni*

Responsabile: Sandra Pieraccini
Dipartimento di Scienze Matematiche, Politecnico di Torino,
`sandra.pieraccini@polito.it`

Finanziamento: 4000 euro

Partecipanti

Il progetto ha visto la partecipazione di 5 partecipanti strutturati e 3 non strutturati:

1. Sandra Pieraccini (responsabile), Ricercatore universitario confermato, Dipartimento di Scienze Matematiche, Politecnico di Torino
2. Stefano Berrone, Professore associato confermato, Dipartimento di Scienze Matematiche, Politecnico di Torino
3. Silvia Bertoluzza, Dirigente di Ricerca, Istituto di Matematica Applicata e Tecnologie Informatiche “E. Magenes”, CNR
4. Paola Pietra, Dirigente di Ricerca, Istituto di Matematica Applicata e Tecnologie Informatiche “E. Magenes”, CNR
5. Alessandro Russo, Professore Ordinario, Dipartimento di Matematica e Applicazioni, Università di Milano - Bicocca
6. Stefano Scialò, Assegnista di ricerca, Dipartimento di Scienze Matematiche, Politecnico di Torino.
7. Matias Fernando Benedetto, Dottorando, Dipartimento di Scienze Matematiche, Politecnico di Torino.
8. Andrea Borio, Dottorando, Dipartimento di Scienze Matematiche, Politecnico di Torino

Descrizione delle attività svolte

Il progetto ha riguardato lo sviluppo di metodi numerici per la simulazione di flussi in mezzi geologici fratturati. L'obiettivo principale è stato la definizione di metodi

adatti a simulazioni su grande scala geologica, principalmente tramite il miglioramento di efficienza e flessibilità di nuovi metodi recentemente sviluppati da alcuni partecipanti al progetto. In tali metodi il flusso in mezzi fratturati viene simulato senza richiedere la conformità delle griglie di calcolo sulle varie fratture, né è necessaria la conformità della griglia di calcolo alle intersezioni fra le fratture. In pratica, la griglia di calcolo può essere costruita indipendentemente su ogni frattura senza un'analisi preliminare della geometria del sistema di fratture.

Partendo da questa base, il progetto si è articolato lungo le seguenti linee di ricerca.

1. High Performance Computing

Una prima linea di ricerca ha riguardato il miglioramento dell'efficienza computazionale dei metodi. Questo obiettivo è stato perseguito sia attraverso lo sviluppo di un codice parallelo con strategie di comunicazione *ad hoc* [BPSV], che attraverso l'incremento della flessibilità e della robustezza, in particolare nel caso in cui la discretizzazione sia effettuata con l'eXtended Finite Element Method (XFEM) [BPS]. Inoltre, in [BPS] è stato proposto un approccio unificato per l'imposizione delle condizioni al contorno e delle condizioni di continuità e conservatività dei flussi alle intersezioni tra fratture, facilitando così l'imposizione delle condizioni al contorno con l'uso degli XFEM.

2. Applicazione del Virtual Element Method (VEM)

Una seconda linea di ricerca ha riguardato l'esplorazione delle potenzialità offerte dalla tecnologia VEM nella gestione delle griglie computazionali. In particolare, sfruttando la flessibilità del VEM nel gestire griglie poligonali con numero arbitrario di lati, è stato sviluppato un metodo basato su una griglia totalmente conforme [BBeS]. Il metodo VEM è stato utilizzato anche con griglie parzialmente conformi, sfruttando tecniche di tipo Mortar [BBBPS].

3. Uncertainty Quantification Analysis

Il progetto ha riguardato anche l'applicazione di tecniche di Uncertainty Quantification per l'analisi della risposta del sistema di fratture in caso di generazione stocastica di proprietà idrogeologiche [BCPS]. Infatti, in generale, i dati a disposizione riguardo al sottosuolo sono molto pochi, e le reti di fratture sono generate casualmente a partire da distribuzioni di probabilità note, sia per le proprietà idrogeologiche (trasmissività) che per quelle geometriche (forma e dimensione delle fratture, orientazione, aspect ratio). In [BCPS] l'interesse è stato posto nell'analizzare la risposta del sistema di fratture in caso di parametri idrogeologici di natura non deterministica, utilizzando strategie di collocazione stocastica *ad hoc* per limitare il costo computazionale complessivo dell'analisi, che sarebbe altrimenti eccessivamente elevato con tecniche classiche (e.g. metodo Monte Carlo).

4. Stime *a posteriori*

Un'ulteriore linea di ricerca ha riguardato lo sviluppo di stime *a posteriori* di tipo residuale opportunamente definite per sistemi di fratture con griglie computazionali totalmente non conformi [BBoS]. Queste stime sono basate su elementi classici

delle stime non residuali e su termini che tengono conto degli errori introdotti nella soluzione numerica dalla non conformità delle griglie di calcolo. Simulazioni condotte su semplici sistemi hanno confermato una elevata efficienza degli stimatori e la capacità dei vari termini di individuare le diverse sorgenti di errore di discretizzazione.

Nel corso del progetto sono state inoltre avviate collaborazioni tra i partecipanti che sono tutt'ora in corso.

Il finanziamento è stato interamente utilizzato per cofinanziare la partecipazione ai seguenti congressi internazionali e nazionali, per presentare i risultati ottenuti.

- S. Berrone, *Effective Large Scale Simulations of Discrete Fracture Network Flows with a PDE-Constrained Optimization Approach*, SIAM Conference on Mathematical and Computational Issues in the Geosciences, Stanford (USA), 29 giugno–2 luglio 2015
- S. Pieraccini, *An optimization based approach to large scale flow simulation in fractured media*, Workshop EUROPT 2015, Edinburgo, 8-10 luglio 2015
- S. Pieraccini, *A PDE-constrained optimization approach to effective large scale flow simulations in fractured media*, XX Congresso UMI 2015, Siena, 7-12 settembre 2015
- S. Berrone, *The Virtual Element Method for Discrete Fracture Network flow simulations*, Workshop *Polytopal element methods in mathematics and Engineering*, Atlanta (USA), 25-30 ottobre 2015
- S. Pieraccini, *Subsurface Flow Simulations in Stochastic Discrete Fracture Networks*, SIAM Conference on Uncertainty Quantification, Lausanne, 5-8 aprile 2016
- S. Scialò, *Simulation of the flow in complex networks of fractures with a robust optimization approach*, Convegno internazionale Interpore 2016, Cincinnati (USA), 9-12 maggio 2016
- S. Scialò, *Solving the unstationary advection-diffusion problem in large scale DFNs with an optimization approach* (poster), Convegno internazionale Interpore 2016, Cincinnati (USA), 9-12 maggio 2016

Publicazioni

[BPSV] BERRONE, S.; PIERACCINI, S.; SCIALÒ, S.; VICINI, F. (2015) *A parallel solver for large scale DFN flow simulations*, SIAM J. Sci. Comput., 37, C285–C306

[BPS] BERRONE, S.; PIERACCINI, S.; SCIALÒ, S. (2016) *Towards effective flow simulations in realistic Discrete Fracture Networks*, J. Comput. Phys., 310, 181–201

- [BBeS] BENEDETTO, M.F.; BERRONE, S.; SCIALÒ, S. (2016), *A globally conforming method for solving flow in discrete fracture networks using the Virtual Element Method*, Finite elements in analysis and design, 109, 23–36
- [BBBPS] BERRONE, S.; BENEDETTO, M. F.; BORIO, A.; PIERACCINI, S.; SCIALÒ, S. (2016), *A hybrid mortar virtual element method for discrete fracture network simulations*, J. Comput. Phys., 306, 148–166
- [BCPS] BERRONE S.; CANUTO C.; PIERACCINI S.; SCIALÒ S. (2015) *Uncertainty quantification in Discrete Fracture Network models: stochastic fracture transmissivity*, Computers & Mathematics with applications, 70, 603–623
- [BBoS] BERRONE, S.; BORIO, A.; SCIALÒ, S. (2016) *A posteriori error estimate for a PDE-constrained optimization formulation for the flow in DFNs*, SIAM J. Numer. Anal., 54, 242–261
- [BPPS] BERTOLUZZA, S.; PENNACCHIO, M.; PRUD’HOMME, C; SAMAKE, A. (2016) *Substructuring preconditioners for h-p mortar FEM*, M2AN, 50, 1057–1082
- [BP] BERTOLUZZA, S.; PENNACCHIO, M., *BDDC and FETI-DP preconditioners for the virtual elements methods*, in preparation